

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4. Se valorarán positivamente la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

OPCIÓN A

1º) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula la matriz X

que verifica: $AX + B = I$, donde I representa la matriz identidad.

2º) Estudia, según los valores del parámetro k, la posición relativa de las siguientes rectas: $r \equiv x - k = \frac{y+1}{2k-1} = \frac{z}{2}$ y $s \equiv \frac{x}{k+1} = \frac{y-2}{-1} = z + 2$.

3º) Demuestra razonadamente que la ecuación $x^2 = x \cdot \operatorname{sen} x + \cos x$ tiene exactamente dos soluciones dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$.

4º) Una función polinómica de tercer grado, ¿cuántos extremos relativos puede tener como máximo? ¿Qué podemos decir de los puntos de inflexión? Razona las respuestas y pon ejemplos aclaratorios.

OPCIÓN B

1º) Calcula el valor de m de manera que el sistema homogéneo
$$\left. \begin{array}{l} 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \\ mx - y + 13z = 0 \end{array} \right\} \text{ tenga}$$
 soluciones diferentes de la trivial y resuélvelo en estos casos.

2º) Busca la ecuación implícita o general del plano π que contiene a la recta dada en forma vectorial $r \equiv (x, y, z) = (1, 2, -1) + k(-1, 1, 2)$ y es paralelo a la recta que pasa por los puntos $A(0, 1, 2)$ y $B(1, -1, 1)$. Calcula la distancia al origen de coordenadas del plano π .

3º) Se considera la función $f(x) = e^x(x - k)$, demuestra que para cualquier valor del parámetro k , la función presenta un único extremo relativo. Representa gráficamente la función sabiendo que $f(0) = 1$.

4º) Calcula el área de la región limitada por la curva $y = x(x - 1)(x - 2)$ y la recta $y = 0$. Haz un dibujo de la región.
